

O CONHECIMENTO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA QUANTO AOS GRÁFICOS ESTATÍSTICOS

Eduardo Keidin Sera*

Resumo: O objetivo deste trabalho é analisar o conhecimento dos professores de Matemática da Educação Básica quanto à leitura e construção de gráficos estatísticos, dado o constante uso deste tipo de representação dos dados feito pela mídia e diversos outros órgãos, as vezes de forma equivocada ou tendenciosa. Assim, foi feita uma breve pesquisa documental a partir dos PCN (1997, 1998, 2000, 2002), Currículo do Estado de São Paulo (2011) e do NCTM (2000), mostrando a relevância de se trabalhar o tema em sala de aula. Para a análise dos dados, baseou-se nas categorias de Ball, Thames e Phelps (2008) e concluiu-se que muitos professores não possuíam conhecimentos básicos necessários para o ensino de gráficos estatísticos em sala de aula.

Palavras-chave: Gráficos estatísticos. Formação de professores. Educação estatística.

Introdução

Táticas esportivas, pesquisas eleitorais, censo educacional, até áreas de finanças utilizam gráficos para expor os dados. Basta abrir um jornal, buscar o caderno financeiro, por exemplo, que provavelmente achará um gráfico estatístico. Em época de pesquisa eleitoral, então, este recurso é ainda mais frequente, inclusive na televisão. Entretanto, também notamos que, em diversos casos, a mídia utiliza tipos de gráficos pouco apropriados e construções não adequadas, levando ao leitor desatento a tirar conclusões equivocadas. Assim, o objetivo deste trabalho é analisar o conhecimento dos professores de Matemática da Educação Básica quanto à leitura e construção de gráficos estatísticos.

A escolha desse tema se justifica pela relevância do conhecimento acerca de gráficos estatísticos, visto o amplo uso deste artifício por pesquisadores e também pela mídia. Os gráficos são utilizados para a representação de um conjunto de dados fornecendo, de maneira mais direta, a leitura, interpretação e até conclusões. Contudo, a própria mídia (por exemplo),

* Mestrando em Educação Matemática pela Universidade Anhanguera de São Paulo. E-mail: eduardosera@gmail.com

por muitas vezes, utiliza gráficos de forma equivocada. Não que eles não conheçam suas diversas representações, mas pecam por alguns detalhes conceituais (como a escala, por exemplo) que podem nos levar a interpretações errôneas. E é justamente para isso que o professor de Matemática deve estar preparado.

Ainda, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais,

estar alfabetizado [...], supõe saber ler e interpretar dados apresentados de maneira organizada e construir representações, para formular e resolver problemas que impliquem o recolhimento dos dados e a análise das informações (BRASIL, 1997, p. 84).

Gal (2004) é mais específico ao discutir sobre o conhecimento estatístico necessário ao letramento estatístico¹. Para ele, não basta apenas interpretar os dados, devemos compreender que uma determinada amostra, a depender de como foi coletada, pode ser representativa da população ou tendenciosa. Ainda, Batanero e Godino (2005) enfatizam a necessidade dos dados, pois ela é a base da investigação estatística e que muitas situações do cotidiano somente podem ser entendidas através dele.

Todavia, apesar dos gráficos serem uma forma rápida de apresentar os dados ao leitor,

[...] deve-se perceber que diferentes gráficos podem produzir diferentes pontos de vista dos fenômenos sob investigação [...] e eles podem ser intencionalmente construídos para enganar ou destacar/ocultar uma tendência ou diferença específica (GAL, 2004, p. 60, tradução nossa).

Infelizmente, o tema é abordado em apenas dois momentos da Educação Básica (Ensino Fundamental II e Ensino Médio) no Currículo do Estado de São Paulo (2011). De acordo com o Caderno do Professor de Matemática, trata-se sobre gráficos estatísticos no sétimo ano do Ensino Fundamental e no terceiro ano do Ensino Médio.

No sétimo ano o assunto é visto no terceiro semestre, tratado apenas na ‘Situação de Aprendizagem 4’. Fora isso, é abordado apenas o gráfico de setores. Já no terceiro ano do Ensino Médio, o quarto bimestre é dedicado à Estatística, dedicando-se a ‘Situação de Aprendizagem 1’ para a leitura de gráficos e tabelas. A análise e interpretação são trabalhadas mais a fundo, abordando gráficos de colunas, linhas, histograma e climograma.

O ensino da Probabilidade e da Estatística, nos PCN, está inserido no bloco de conteúdos denominado “Tratamento das Informações”, que é justificado pela demanda social

¹ Para Gal (2004), letramento estatístico se refere à habilidade de interpretar os fenômenos estatísticos e a capacidade de discutir e compreender os significados das informações, necessários para a conscientização plena dos indivíduos em relação às tendências e fenômenos de importância social e pessoal.

e por sua constante utilização no dia-a-dia, devido à necessidade de um indivíduo compreender as informações veiculadas, tomar decisões e calcular previsões que possam afetar desde a vida pessoal até uma comunidade. Note que estas práticas também devem ser necessárias ao analisarmos um gráfico.

Os PCN estão apresentados em quatro ciclos. Nos dois primeiros, o indivíduo desenvolve atividades relacionadas a assuntos de seu interesse, observando os acontecimentos ao seu redor, promovendo situações para fazer previsões, nas quais as noções iniciais de probabilidade e estatística sejam desenvolvidas. Nos terceiro e quarto ciclos, sugere-se o desenvolvimento do raciocínio estatístico por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a coletar, organizar e analisar informações, formular argumentos e fazer inferências convincentes, é o momento de investigações, resolução dos problemas, bem como a criação de estratégias com argumentos e justificativas plausíveis. A leitura de gráficos estatísticos está implícito.

Quanto ao Ensino Médio,

as habilidades de descrever e analisar um grande número de dados, realizar inferências e fazer predições com base numa amostra de população, aplicas as ideias de probabilidade e combinatória e fenômenos naturais e do cotidiano são aplicações da Matemática em questões do mundo real que tiveram um crescimento muito grande e se tornaram bastante complexas (BRASIL, 2000, p. 44)

Por conta disto, os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM) colocam que estas competências também são instrumentos de outras áreas de conhecimento (como as Ciências da Natureza e Ciências Humanas). Para se ter ideia, os PCNEM citam a necessidade de conhecer alguns conceitos estatísticos dentro do conteúdo de Biologia, no intuito de compreender a natureza de estudos na área. Já as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+), também voltadas ao Ensino Médio, colocam que os alunos devem “transformar em gráficos as estatísticas de saúde pública [...] e interpretar fotos, esquemas, desenhos, tabelas, gráficos, presentes nos textos científicos ou na mídia” (BRASIL, 2002, p. 36).

O *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) especifica o ensino de Estatística e Probabilidade dentro dos subcapítulos de ‘Análise de Dados e Probabilidade’. Segundo o NCTM (2000), ao término da Educação Básica, os alunos devem estar aptos a

formular questões que podem ser tratadas a partir dos dados e coletar, organizar e apresentar informações relevantes para respondê-las; escolher e utilizar métodos estatísticos apropriados para a análise de dados; desenvolver e avaliar inferências e

previsões com base no conjunto de dados; entender e aplicar conceitos básicos de probabilidade (NCTM, 2000, p. 48, tradução nossa).

O NCTM especifica os tópicos a serem abordados em quatro níveis: do jardim de infância até o segundo ano, do terceiro ao quinto anos, do sexto ao oitavo anos e do nono ao décimo segundo anos. Desta forma, cada um dos grupos apresenta 10 subdivisões sendo uma delas intitulada *Data Analysis and Probability*.

Analizando a proposta do NCTM, o ensino de gráficos estatísticos está presente em todos os níveis de ensino. No primeiro nível os estudantes devem se acostumar com a ideia de que os dados, apresentados em formas tabulares e gráficos, transmitem informações e respostas para algumas perguntas específicas estimuladas pelas docentes. No segundo nível os alunos devem saber distinguir dados categóricos dos dados numéricos e saber que o tipo de variável pode interferir no tipo de apresentação do conjunto de dados, para que eles possam construir gráficos apropriados, atentando-se aos eixos, escala, título. Para tal, o NCTM (2000) sugere a utilização de softwares para a organização e representação dos dados.

Para o terceiro nível, os estudantes devem perceber que diferentes tipos de gráficos podem mostrar ou enfatizar diferentes características dos dados (mas também podem ocultar ou ‘disfarçar’ outros aspectos). Para estes níveis, sugere-se trabalhar com os seguintes gráficos: histograma, dispersão, *boxplot* (ideal para comparar dois ou mais grupos/características quanto às medidas interquartis) e ramo-e-folhas. Concernente ao último nível, os alunos devem compreender algumas medidas estatísticas (como de tendência central e dispersão) para analisar os dados incluindo a compreensão de gráficos como histograma, *dotplot* (ou gráfico de pontos), ramo-e-folhas ou *boxplot*.

Todavia, Arteaga, Batanero, Contreras e Cañadas (2012) afirmaram que em muitos países o ensino de gráficos estatísticos faz parte do currículo da educação básica. Entretanto, “a compreensão e leitura dos gráficos estatísticos não é atingida pelos alunos nem pelos professores da educação primária” (ARTEAGA *et al.*, 2012, p. 261, tradução nossa). Isso ocorre pois a inclusão da Estatística no currículo de Matemática ainda é recente. Ainda, os autores concluem que o processo de interpretação gráfica não é uma tarefa simples. Todavia, apesar de ser uma habilidade importante, “muitas vezes a interpretação de gráficos estatísticos é negligenciado em pesquisas e formação de professores” (ARTEAGA *et al.*, 2012, p.272, tradução nossa).

Desta forma, analisaremos o conhecimento de um grupo de 15 professores de Matemática para ao ensino de gráficos estatísticos, nos basearemos nas ideias apresentadas

por Ball, Thames e Phelps (2008). Apesar deles tratarem sobre os níveis de conhecimento matemático, González (2012) constatou grande dificuldade em adaptá-los para os níveis de conhecimento da Estatística, mas que eles devem estar próximos dos propostos por Ball, Thames e Phelps (2008).

1 Desenvolvimento

Para a coleta dos dados empíricos, escolhemos trabalhar com um grupo de professores de Matemática da Educação Básica, participantes do Projeto Observatório da Educação (financiado pela CAPES), desenvolvido pela linha de pesquisa ‘Formação de Professores que Ensinam Matemática’ do Programa de Pós-Graduação da Universidade Anhanguera de São Paulo, que promoveu reuniões entre pesquisadores em Educação Matemática e professores de Matemática, nas dependências do Diretório de Ensino do Estado São Paulo, localizada na Região Norte da capital paulista.

Ao todo, 15 professores participaram do curso “Investigações sobre o processo de ensino e de aprendizagem de conceitos concernentes à probabilidade e estatística”. Eles apresentaram, em média, tempo de serviço (como professor de Matemática) de 14,6 anos onde a maioria apresentou faixa etária superior a 45 anos. Ao todo, quatro lecionam apenas para alunos do Ensino Médio, três lecionam apenas para o Ensino Fundamental e oito lecionam para turmas de ambos os níveis. Ademais, todos os docentes eram licenciados em Matemática (a grande maioria em instituições privadas de ensino superior).

Para o desenvolvimento de nosso estudo foi adotada a metodologia Design Experiment, que “é utilizado para o aprimoramento de teorias e não somente para sintonizar empiricamente o que já funciona” (COBB et al., 2003, p.09). Ainda,

quanto à formação de professores, os pesquisadores podem se concentrar tanto nas normas quanto nas práticas de uma comunidade de ensino, o raciocínio pedagógico dos docentes envolvidos e as práticas didáticas e raciocínio dos estudantes em um determinado conteúdo (COBB et al., 2003, p.10).

A todo o momento, os participantes envolvidos foram estimulados a interagir durante a realização de atividades propostas. Conforme preza a metodologia Design Experiment, nada impediu que as atividades propostas fossem modificadas ao longo do curso, exigindo a formulação de novas hipóteses e elaboração de novas tarefas, tornando-se um processo cíclico. Para tal, todo o processo foi dividido em três fases. Todavia, neste artigo

apresentaremos apenas as análises e resultados da primeira fase, que consistiu na aplicação de um questionário onde foi levantado o perfil dos professores envolvidos, assim como suas concepções sobre gráficos estatísticos.

Assim, analisaremos as respostas dos professores quanto a duas questões. A primeira delas questionou sobre os tipos de gráficos que eles conheciam e a segunda pergunta foi referente à construção de um gráfico estatístico apropriado a partir de um conjunto de dados dispostos em uma tabela. Vale ressaltar que todas as perguntas (inclusive sobre o perfil dos professores participantes) foram abertas e respondidas individualmente. Desta forma, as referências aos participantes são feitas pelos pseudônimos A, B,...,O na intenção de salvaguardar a identidade dos mesmos.

2 Resultados

No intuito de identificar quais os tipos de gráficos estatísticos que os participantes conheciam, solicitamos que cada professor listasse todos os tipos que conhecessem. Assim, cada professor citou uma média aproximada de quatro tipos, variando de dois até sete gráficos distintos. Curiosamente, surgiram tipos de gráficos inusitados como o apresentado pelo Professor I. Ele apresentou somente dois tipos de gráficos: de barras e de árvores. Além de não mencionar outros diversos tipos de gráficos estatísticos, este participante apresentou o gráfico de árvores que, suponho, ele tenha se referido ao diagrama de árvore (ou árvore de possibilidades/probabilidades), que não é um gráfico estatístico mas um artifício para estimar a chance de ocorrer determinados resultados em um experimento aleatório.

Outro gráfico inusitado foi citado pelos Professores A e M: gráfico circular. Embora seja descarta a possibilidade de se referir ao gráfico de setores – pois estes mesmo docentes também se referiram a ele em sua resposta – não ficou claro como seria este tipo de gráfico para eles.

Já o docente N mencionou ‘blospot’ o que, provavelmente, foi uma referência ao gráfico *boxplot*. Além dele, o professor O também citou o *boxplot* (grafado corretamente). Contudo, foi apresentado um gráfico deste tipo e nenhum dos participantes soube interpretar, inclusive estes mesmos docentes que o citaram.

Concernente às anotações do Professor H, observamos que o docente considerou apenas dois tipos de gráficos: “gráfico de barras / curva de Gauss” (Professor H). Esta última

foi clara referência à curva da distribuição Normal, que geralmente é representada por um gráfico de linhas sobreposta a um histograma.

Em suma, foram apresentados 11 tipos de gráficos estatísticos distintos, conforme podemos observar na tabela abaixo. Os mais lembrados foram o gráfico de barras, setores e linhas. Em relação ao gráfico de dispersão, notamos que os professores até tinham a familiaridade com sua representação. Porém, nenhum professor soube, a princípio, interpretar um gráfico de dispersão. Somente após explicações sobre o gráfico é que o Professor N concluiu que “conforme aumenta o peso a idade é maior” (Professor N)². Quanto ao histograma, o Professor N também demonstrou saber como ele era mas nenhum participante soube explicar como ele poderia ser construído a partir de um conjunto de dados quaisquer.

Tabela 1 – Frequência de gráficos estatísticos citados pelos participantes

Tipo de gráfico	Frequência	Tipo de gráfico	Frequência
Árvores	1	Barras	13
Boxplot/‘blospot’	2	Circular	2
Colunas	8	Curva de Gauss	1
Dispersão	4	Infográfico	2
Histograma	2	Linhas/tendências	10
Pizza/setores	12		

Fonte: Acervo pessoal

Uma outra atividade teve o objetivo de averiguar como o grupo de professores construiria um gráfico a partir de uma tabela. Assim, esperava-se que os participantes escolhessem o tipo de gráfico mais adequado para representar os dados e que eles se atentassem à escala.

Suponha que uma cidade seja dividida em três bairros – A, B e C – e os dados abaixo representam a porcentagem de eleitores desse município, distinguindo por bairro. A partir da tabela abaixo, faça um esboço gráfico que a represente.

Tabela 1: Porcentagem de eleitores por bairro

Anos	2011	2013	2014
Bairro A	40%	55%	65%
Bairro B	30%	15%	10%
Bairro C	30%	30%	25%
Total	100%	100%	100%

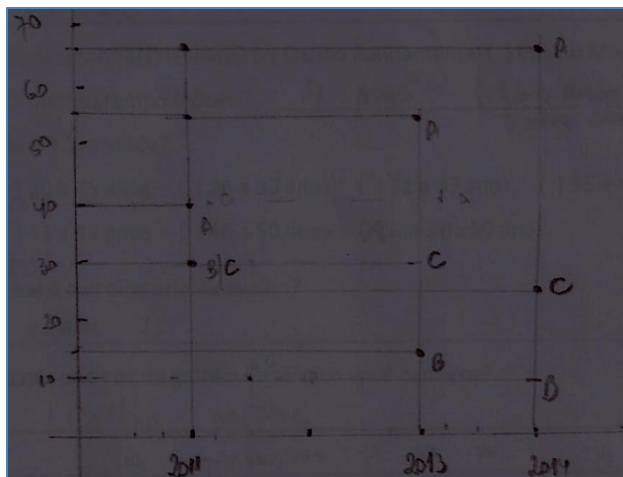
Fonte: Observatório da Educação

Analisando os esboços individuais de cada professor, notamos que dois docentes não optaram por construir o gráfico de colunas para representar os dados, como foi o caso do

² Foi apresentado um gráfico de dispersão ‘idade x peso’, com uma forte correlação linear positiva entre ambas as variáveis.

Professor I, que fez a representação das porcentagens de cada bairro através de pontos. Contudo, note que a leitura do gráfico ficou um pouco prejudicada por ele representar dados que não constam na tabela, identificando quatro pontos em 2011: 30, 40, 55 e aproximadamente 67.

Figura 1 – Construção de gráficos, Professor I.

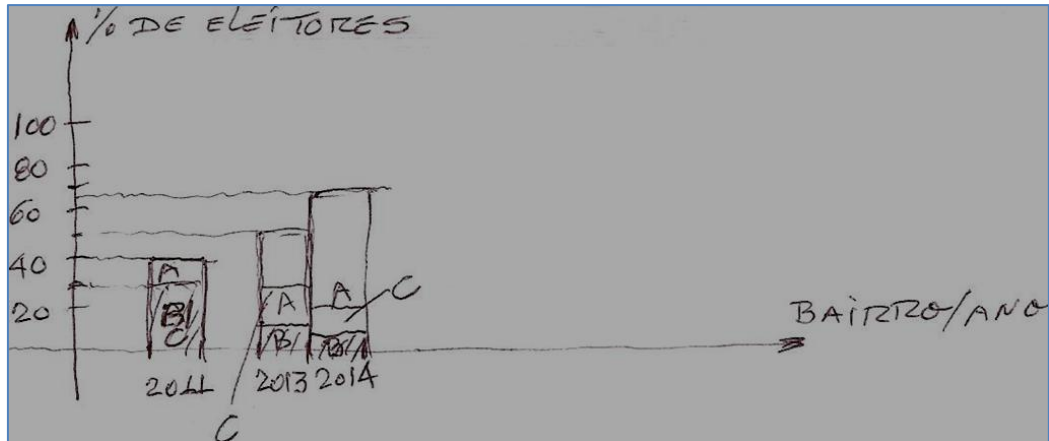


Fonte: Acervo pessoal

O Professor J utilizou o mesmo raciocínio do Professor I, também representando as porcentagens de eleitores por pontos e cometeu os mesmos erros (título e nomenclatura dos eixos). Todavia, ele optou por esboçar três gráficos, cada um referente a um ano apresentado na tabela, o que dificultou analisar a evolução das porcentagens de eleitores, por bairro, ao longo dos três anos. Ou seja, para o ano de 2011, o Professor J esboçou um gráfico das porcentagens – no eixo vertical – pelos bairros – no eixo horizontal. O mesmo foi feito para os anos de 2013 e 2014.

Os demais professores optaram por esboçar gráficos de colunas. O Professor A, por exemplo, foi o único participante a apresentar um gráfico de colunas sobrepostas. Ele se atentou à escala horizontal, representada pelos anos, mas não colocou título no gráfico e o tamanho das barras de cada bairro não foram proporcionais com as informações apresentadas na tabela (especialmente no ano de 2011). Ainda, o tipo de representação escolhido deveria apresentar, em cada ano, barras que totalizassem 100%. Por exemplo, tomemos como base a primeira coluna – representando a porcentagem de eleitores em 2011. A análise do gráfico nos leva a interpretar que a soma das proporções de eleitores dos bairros A, B e C dê apenas 40% e se observarmos mais atentamente, o Bairro A representa apenas 10% dos eleitores, contradizendo os dados da tabela.

Figura 2 – Construção de gráficos, Professor A



Fonte: Acervo pessoal

O Professor M optou por representar os dados por um histograma (um caso particular do gráfico de colunas). Desta forma, as porcentagens de cada bairro, de cada ano, foram representadas por nove colunas justapostas, dando a entender está sendo representada apenas uma categoria.

Outra observação é que muitos professores não se atentaram aos rótulos dos gráficos. Ao todo, 12 deles não colocaram título, 11 professores não representaram devidamente o eixo horizontal, quatro não se atentaram ao eixo vertical e um participante não colocou legenda. Apenas duas representações gráficas apresentaram devidamente os rótulos e optaram por um tipo de gráfico satisfatório.

Conclusão

Segundo Friel, Curcio e Bright (2001), os gráficos são compostos por quatro componentes: *framework*, *specifiers*, *labels* e *background*. O *framework* (armação do gráfico) envolve as escalas, eixos, título. O *specifier* se refere a alguns dos aspectos visuais como as barras de um histograma ou as linhas de um gráfico de tendência. O terceiro elemento é representado pelos rótulos. Isto quer dizer que devemos nos atentar à representação de cada um dos eixos (horizontal ou vertical). O quarto ponto de destaque é o *background* (plano de fundo). Devemos nos atentar às cores ou imagens as quais o gráfico está sobreposto e à presença, ou não, das linhas de grade (horizontais ou verticais).

A grande maioria dos professores não se atentou a estes quatro componentes, mostrando o desconhecimento sobre a relevância destas informações para a leitura de um gráfico estatístico. O título, por exemplo, diz sobre o tipo de informação apresentada. A

identificação dos rótulos dos eixos também é importante para o leitor entender quais as categorias apresentadas, a natureza dos dados³, ou a grandeza dos valores (se estão representados em porcentagem, em milhares, em milhões, etc.).

Se considerarmos que a construção e conhecimento dos diversos tipos de gráficos estatísticos faz parte da categoria do Conhecimento Comum do Conteúdo, proposto por Ball, Thames e Phelps (2008), observamos que nenhum tipo de gráfico estatístico citado foi unânime (basta rever a tabela 1). Ademais, nenhum docente citou o pictograma, muito comum em jornais e revistas, muito menos o gráfico de ramo-e-folhas. Este último, apesar de não estar implícito nos Parâmetros e nem no Currículo do Estado de São Paulo, pode fazer parte da categoria do Conhecimento Horizontal do Conteúdo – apesar de estar presente nas propostas do NCTM.

Também foi constatada a falta de domínio em manipular algum software específico para a construção de gráficos, apresentando a falta de Conhecimento Especializado do Conteúdo – outra categoria de Ball, Thames e Phelps (2008). Ainda, também notamos a falta do Conhecimento de Conteúdo e de Alunos e do Conhecimento de Conteúdo e de Ensino. Se este grupo de professores sequer soube construir uma representação adequada para um conjunto de dados, possivelmente não identificariam erros comuns quanto à construção inadequada de gráficos estatísticos ou aplicação de gráficos estatísticos inapropriados, ou não elaborariam estratégias para ensinar a leitura e construção de gráficos estatísticos mostrando que há gráficos apropriados e inapropriados para representar os dados.

Finalmente, se levarmos em consideração que, tanto os PCN (1997, 1998, 2000, 2002) quanto o Currículo do Estado de São Paulo sugerem trabalhar com gráficos estatísticos – apesar de considerar que deveriam abordar mais sobre o tema – e devido ao desconhecimento destes professores quanto à análise e construção destes gráficos, possivelmente há o desconhecimento de alguns professores quanto à categoria do Conhecimento de Conteúdo e de Currículo, proposto por Ball, Thames e Phelps (2008).

Referências

ARTEAGA, P., BATANERO, C., CONTRERAS, J. M. Gráficos estadísticos en la formación primaria y la formación de profesores. **Boletín de Estudios e Investigación**, La Salle Centro Universitario, n. 12, p. 123-135, 2011.

³ Se a variável é qualitativa ou quantitativa (discreta ou contínua).

ARTEAGA, P., BATANERO, C., CONTRERAS, J. M., CAÑADAS, G. R. Understanding Statistical Graphs: a research survey. **Boletín de Estadística e Investigación Operativa**, vol. 28, n. 3, out., 2012. p. 261-277.

BALL, Deborah Loewenberg; THAMES, Mark Hoover; PHELPS, Geoffrey. Content knowledge for teaching: what makes it special? In: **Journal of Teacher Education**, November/December, 2008, vol. 59.

BATANERO, C., GODINO, J. D. Perspectivas de la educación estadística como área de investigación. In: LUENGO, R. (Ed.). **Líneas de investigación en Didáctica de las Matemáticas**. Badajoz: Universidad de Extremadura, 2005. (pp. 203-226).

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática: 1ª a 4ª série, 1997.

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática: 5ª a 8ª série 1998.

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática: Ensino Médio, 2000.

BRASIL. Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática: Ensino Médio, 2002.

GONZÁLEZ, Orlando. A framework for assessing statistical knowledge for teaching based on the identification of conceptions of variability held by teacher. In: **International Congress on Mathematic Education**, XII, 2012, Seul, 2012.

FRIEL, S. N., CURCIO, F. R., BRIGHT, G., W. Making Sense of Graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. In: **National Council of Teachers of Mathematics**. Journal for Research in Mathematics Education, vol. 32, n. 2, mar., 2001. p. 124-158. Disponível em <http://www.jstor.org/discover/10.2307/749671?uid=3&uid=2134&uid=388098721&uid=70&uid=388098731&uid=2&uid=2129&uid=60&purchase-type=article&accessType=none&sid=21105240489501&showMyJstorPss=false&seq=3&showAccess=false>. Acesso em: 07 abr. 2015.

GAL, I. Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities. In: BEM-ZIV, D., GARFIELD, J. **The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking**. Kluwer Academic Publishers: Dordrecht, 2004. p. 47-78.

SECRETARIA DA EDUCAÇÃO DO ESTADO DE SÃO PAULO. **Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias**. São Paulo: Secretaria da Educação, 2011.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. Principles and Standards for School Mathematics. 2000.